Correction de la serie : 8 d'éxercices

PARTIE1 : Equation et inéquations du premier degré à une inconnue

Exercice1 : Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

1) $2x+4=0$ 2) $3(2x+5)=6x-1$ 3) $4(x-2)=6x-2(x+4)$

4) $x^2-100=0$ 5) $x^3-7x=0$ 6) $(2x+3)^2-(2x+3)(x-4)=0$

Solution : 1) $2x+4=0$ Équivaut à : $2x=-4$

Équivaut à : $x=\frac{-4}{2}$

Équivaut à : $x=-2$ Et par suite: $S=\{-2\}$

2) $3(2x+5)=6x-1$ équivaut à $6x+15=6x-1$ équivaut à $6x-6x=-1-15$

équivaut à $0x=-16$ Équivaut à $0=-16$ ceci est impossible

Donc l'ensemble des Solutions est : $S=\varnothing$

3) $4(x-2)=6x-2(x+4)$

Équivaut à $4x-8=6x-2x-8$

Équivaut à $4x-4x+8-8=0$

Équivaut à $0=0$ donc tous les réels sont solutions et par suite : $S=\mathbb{R}$

4) $x^2-100=0$ équivalent à : $x^2-10^2=0$

C'est une identité remarquable de la forme :

$a^2-b^2=(a-b)(a+b)$,

Équivalent à : $(x-10)(x+10)=0$

Équivalent à : $x-10=0$ ou $x+10=0$

Équivalent à : $x=10$ ou $x=-10$

D'où : $S=\{-10;10\}$

5) $x^3-7x=0$ Équivalent à : $x(x^2-7)=0$

Équivalent à : $x=0$ ou $x^2-7=0$

Équivalent à $x=0$ ou $x^2=7$

Équivalent à : $x=0$ ou $x=\sqrt{7}$ ou $x=-\sqrt{7}$ D'où : $S=\{-\sqrt{7};0;\sqrt{7}\}$

6) $(2x+3)^2-(2x+3)(x-4)=0$ ce qui est équivalent à :$(2x+3)(2x+3-x+4)=0$

Ce qui est équivalent à : $(2x+3)(x+7)=0$

Les Solutions sont -3/2 ou -7.

Donc l'ensemble des Solutions est : $S=\{-7;-3/2\}$

Exercice 2: Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes : 1) $x+3=-x\sqrt{2}-\sqrt{18}$

2) $(3x+1)(2x-1)-4x^2+1=0$

Solution : 1) $x+3=-x\sqrt{2}-\sqrt{18}$ Équivaut à : $x+x\sqrt{2}=-3-\sqrt{18}$

Équivaut à $x(1+\sqrt{2})=-3-3\sqrt{2}$

Équivaut à : $x=\frac{-3-3\sqrt{2}}{1+\sqrt{2}}=\frac{-3(1+\sqrt{2})}{1+\sqrt{2}}=-3$

Par suite: $S=\{-3\}$

2) $(3x+1)(2x-1)-4x^2+1=0$ Équivalent à : $(3x+1)(2x-1)-(4x^2-1)=0$

Équivaut à : $(3x+1)(2x-1)-(2x-1)(2x+1)=0$

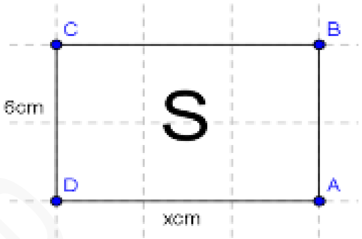
Équivaut à : $(2x-1)[(3x+1)-(2x+1)]=0$

Équivaut à : $(2x-1)(3x+1-2x-1)=0$

Équivaut à : $x(2x-1)=0$ Équivaut à : $x=0$ ou $2x-1=0$

Équivaut à : $x=0$ ou $x=\frac{1}{2}$ d''où : $S=\left\{0;\frac{1}{2}\right\}$

Exercice 3: Quelle est la longueur d'un rectangle sachant que sa largeur est 6cm et sa surface vaut le double de son périmètre **?**



Solution : Soit S La surface du rectangle $ABCD$
Et P Le périmètre du rectangle $ABCD$
Soit x La longueur du rectangle

On a donc : $S=6x$ et $P=2(6+x)=12+2x$

$S=2P$ Signifie $6x=2(12+2x)$

Signifie $6x=24+4x$ c'est-à-dire : $2x=24$

Signifie $x=\frac{24}{2}=12cm$

Exercice 4: Amin a 12 ans quand son père Ali 32ans ; Dans combien d'années l'âge de Ali sera-t-il le double de l'âge de Amin **?**

Solution : Soit x le nombre d'années cherché
Après x années l'âge d'Amin devient : $x+12$ ans
Puisque l'âge d'Ali sera le double de celui d'Amin

On a : $x+32=2(x+12)$

Équivaut à : $x+32=2x+24$ c'est-à-dire : $x=8$
Donc : après 8 années Amin aura : $8+12=20$ ans
Et son père Ali aura : $8+32=40$ ans
(le double de l'âge de Amin)

Exercice5 : Etudier le signe de : $3x+6$ (coefficient de x positif)

Solution : $3x+6$ Équivalent à : $x=-2$

$3x+6>0$ Équivalent à : $x>-2$

$3x+6<0$ Équivalent à : $x<-2$

On résume ces résultats dans le tableau de signe suivant :

x	$-\infty$	-2	$+\infty$
$3x+6$	$-$	0	$+$

Exercice 6: Etudier le signe de : $-2x+12$ (coefficient de x négatif)

Solution : $-2x+12$ Équivalent à : $x=6$

$-2x+12>0$ Équivalent à : $x<6$ et $-2x+12<0$ Équivalent à : $x>6$

On résume ces résultats dans le tableau de signe suivant :

x	$-\infty$	6	$+\infty$
$-2x+12$	$+$	0	$-$

Exercice7 : Résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations suivantes :

1) $-2x+12>0$ 2) $5x-15\leq 0$ 3) $4x^2-9\geq 0$ 4) $(1-x)(2x+4)>0$

5) $(3-6x)(x+2)\leq 0$

Solution : 1) $-2x+12>0$

$-2x+12=0$ Équivalent à : $x=6$ $-2=a$ et $a<0$ coefficient de x négatif

On a le tableau de signe suivant :

x	$-\infty$		6		$+\infty$
$-2x+12$		$+$	0	$-$	

Donc : $S=]-\infty;6[$

2) $5x-15\leq 0$

$5x-15=0$ Équivalent à : $x=3$ $5=a$ et $a>0$ coefficient de x positif

On a le tableau de signe suivant :

x	$-\infty$		3		$+\infty$
$5x-15$		$-$	0	$+$	

Donc : $S=]-\infty;3[$

3) $4x^2-9\geq 0$

$4x^2-9=0$ Équivalent à : $(2x)^2-3^2=0$ ssi $(2x-3)(2x+3)=0$

Équivalent à $2x+3=0$ ou $2x-3=0$

ssi $x=\frac{-3}{2}$ ou $x=\frac{3}{2}$

On a le tableau de signe suivant :

x	$-\infty$		$-3/2$		$3/2$		$+\infty$
$2x-3$		$-$		$-$	0	$+$	
$2x+3$		$-$	0	$+$		$+$	
$(2x-3)(2x+3)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

Donc : $S=\left]-\infty;-\frac{3}{2}\right]\cup\left[\frac{3}{2};+\infty\right[$

4) $(1-x)(2x+4)>0$

$(1-x)(2x+4)=0$ Équivalent à :

$2x+4=0$ ou $1-x=0$ Équivalent à : $x=-2$ ou $x=1$

On a le tableau de signe suivant :

x	$-\infty$		-2		1		$+\infty$
$2x+4$		$-$	0	$+$		$+$	
$1-x$		$+$		$+$	0	$-$	
$(2x+4)(1-x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

Donc : $S=]-2;1[$

5) $(3-6x)(x+2)\leq 0$ Le signe de $(3-6x)(x+2)$ dépend du signe de chaque facteur :

$3-6x$ et $x+2$.

$3-6x=0$ ou $x+2=0$ signifie que $6x=3$ ou $x=-2$

$x=\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$ ou $x=-2$

Résumons dans un même tableau de signes les résultats pour les deux facteurs.

En appliquant la règle des signes, on en déduit le signe du produit $(3-6x)(x+2)$.

x	$-\infty$		-2		$\frac{1}{2}$		$+\infty$
$3-6x$		+		+	0	-	
$x+2$		-	0	+		+	
$(3-6x)(x+2)$		-	0	+	0	-	

L'ensemble des solutions de l'inéquation $(3-6x)(x+2)>0$ est : $S=]-\infty;-2]\cup\left[\frac{1}{2};+\infty\right[$

Exercice8 : Etudier le signe de : $3x+6$ et $-2x+24$

Solution : a) $3x+6=0$ Équivalent à : $x=-2$

$3x+6>0$ Équivalent à : $x>-2$

$3x+6<0$ Équivalent à : $x<-2$

On résume ces résultats dans le tableau de signe suivant : (Coefficient de a positif) $a=3$

(à droite le signe de $a=3$)

x	$-\infty$		-2		$+\infty$
$3x+6$		$-$	0	$+$	

b) le signe de : $-2x+24$ (Coefficient de a négatif) $a=-2$

$-2x+24=0$ Équivalent à : $x=12$

On résume ces résultats dans le tableau de signe suivant : (à droite le signe de $a=-2$)

x	$-\infty$		12		$+\infty$
$-2x+24$		$+$	0	$-$	

Exercice9 : Résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations suivantes : 1) $-2x+6>0$ 2) $-6x+7>x-7$

Solution : 1) $-2x+6\succ 0$ $-2x+12=0$ Équivalent à : $x=6$

Et $-2=a$ on a : $a<0$ (coefficient de x négatif)

On a le tableau de signe suivant :

x	$-\infty$		3		$+\infty$
$-2x+6$		$+$	0	$-$	

Donc : $S=]-\infty;3[$

2) $-6x+7>x-7$ équivalent à : $-7x>-14$

Équivalent à : $x<\frac{-14}{-7}$ donc : $x<2$ L'ensemble de solution est alors : $S=]-\infty;2[$

Exercice 10: Un camion pesant à vide 2,5 tonnes doit passer sur un pont limiter à 10 tonnes Combien de caisses de 400kg peut-il transporter ?

Solution : Soit x le nombre de caisses à transporter

Le chargement du camion est donc : $2500+400x\ kg$

Le poids du camion ne doit pas dépasser 10000 cela implique : $2500+400x\leq 10000$

Équivalent à : $25+4x\leq 100$ c'est-à-dire : $4x\leq 75$ c'est-à-dire : $x\leq\frac{75}{4}=18,75$

Le nombre de caisses à transporter ne doit pas dépasser 18 caisses